

Etwas Theorie

Das *Quinckesche* Resonanzrohr ist eine einseitig geschlossene Pfeife – als Orgelpfeife heißt sie *gedackte* Pfeife. Abbildung 1 zeigt die Schwingungsbilder der vier niedrigsten Eigenschwingungsmoden¹. Dargestellt sind die Amplituden der in Längsrichtung des Rohres hin und her schwingenden Gasteilchen.

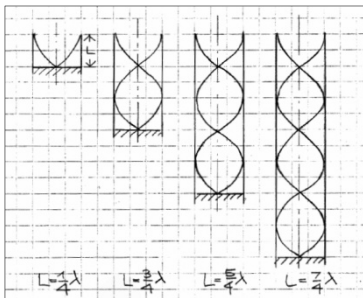


Abbildung 1 Schwingungsmoden des einseitig geschlossenen Rohrs (gedackte Pfeife). Dargestellt sind die Amplituden der Hin- und Herbewegung der schwingenden Gasteilchen. In die Rohrlänge L passen nur ungeradzahlige Vielfache eines Viertels der Wellenlänge λ .

Am geschlossenen Ende des Rohrs findet keine Bewegung statt, die Schwingungsamplitude der Gasteilchen ist dort Null (Schwingungsknoten). Am offenen Ende wird die Bewegung nicht behindert, also hat sie dort ein Maximum (Schwingungsbauch). Aus diesen Randbedingungen folgt, dass nur ungeradzahlige Vielfache einer Viertelwellenlänge in der Rohrlänge L untergebracht werden können². Die Wellenlänge λ muss also der Bedingung

$$(1) \quad L = \frac{1}{4}\lambda, \frac{3}{4}\lambda, \frac{5}{4}\lambda, \frac{7}{4}\lambda, \dots$$

oder

$$(2) \quad \lambda = \frac{4L}{2n-1}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

genügen. Die Eigenfrequenzen $f(n)$ der Pfeife sind daher wegen $f = c/\lambda$ (mit c als Schallgeschwindigkeit) gegeben durch

$$(3) \quad f(n) = \frac{c}{4L} \cdot (2n-1), \quad n \in \mathbb{N}.$$

Aus dieser Gleichung folgt, dass man bei konstanter Frequenz f Resonanzen beobachtet, wenn die Rohrlänge

$$(4) \quad L(n) = \frac{c}{4f} (2n-1), \quad n \in \mathbb{N}$$

beträgt. Der Abstand ΔL benachbarter Längen, bei denen Resonanz auftritt, ist daher gegeben durch

$$(5) \quad \Delta L = L(n+1) - L(n) = \frac{c}{4f} [(2n+2-1) - (2n-1)] = \frac{c}{2} \cdot \frac{1}{f} .$$

Diese Beziehung zwischen Schallgeschwindigkeit c und dem Abstand ΔL der „Resonanzlängen“ erlaubt eine recht genaue Bestimmung der Schallgeschwindigkeit. Diese Messung wird im Folgenden beschrieben.

Messung

Unsere Pfeife besteht aus einem einseitig offenen Glasrohr. Das geschlossene Ende bildet ein verschiebbarer Kolben, dessen Position an einem Papierstreifen mit mm-Teilung abgelesen werden kann. Papierstreifen dieser Art stellt ein schwedisches Möbelhaus seinen Kunden unentgeltlich zur Verfügung. Im Abstand einiger Zentimeter vom offenen Ende des Rohrs befindet sich in der Verlängerung der Rohrachse ein kleiner Lautsprecher (Schallkopf), dessen Membran Schallwellen in Richtung auf das Glasrohr aussendet. Der Lautsprecher ist an einen NF -Sinusgenerator variabler Frequenz angeschlossen. Resonanzen machen sich durch eine erhöhte Schallintensität im Rohr und auch noch außerhalb desselben bemerkbar. Wir messen die Schallintensität mit einem kommerziellen Schallpegelmesser – und zwar außerhalb des Glasrohrs, um die Schwingungsmoden nicht zu beeinflussen. Abbildung 2 zeigt eine schematische Skizze des Aufbaus, Abbildung 3 ist ein Foto

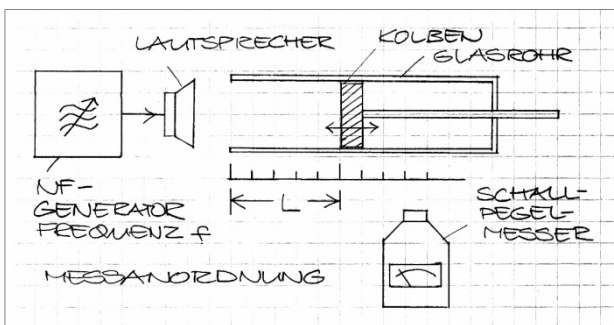


Abbildung 2 Versuchsaufbau schematisch, siehe Text

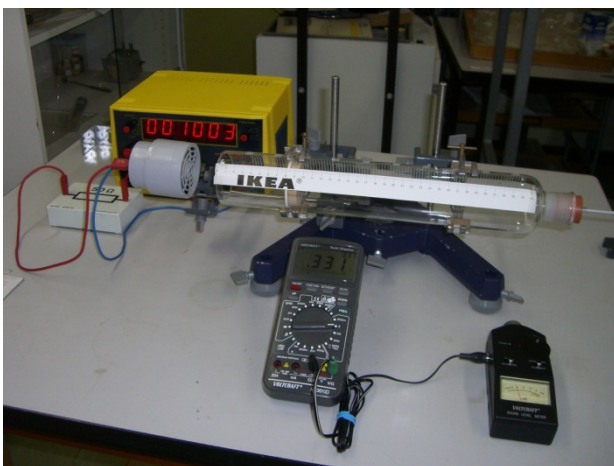


Abbildung 3 Foto der Versuchsanordnung. Vorne rechts der Schallpegelmesser. Das angeschlossene Multimeter dient zur numerischen Anzeige der Schallintensität.

der Versuchsanordnung. Gemessen wurde der Schallpegel bei konstanter Frequenz f in Abhängigkeit von der Position des Kolbens im Glasrohr. Die Position des Kolbens, in Abbildung 2 mit L bezeichnet, wurde vom offenen Ende aus gemessen und ist daher gleich der Länge der im Glasrohr schwingenden

Luftsäule. Ein Maximum des Pegels bedeutet Resonanz, das heißt, die Länge L genügt bei der gegebenen Frequenz f der Gleichung (2). Wir führten Messungen bei verschiedenen Frequenzen der Größenordnung kHz aus. Bei der niedrigsten Frequenz ($f = 1$ kHz) gab es innerhalb des Glasrohrs genau zwei Kolbenpositionen mit maximalem Schallpegel. Bei den höheren Frequenzen 2, 3, 4 und 5 kHz war die Anzahl der Resonanzstellen im Rohr größer. Eine Zusammenstellung der gemessenen Daten befindet sich im Anhang: Fünf Graphen des Schallpegels als Funktion der Länge L der Luftsäule, gemessen bei jeweils konstanter Frequenz (1, 2, 3, 4 und 5 kHz). Da bei der Messung nur die Lage der Resonanzen im Rohr interessierte, nicht aber deren Stärke, genügte es, den Schallpegel in relativen Einheiten zu messen.

Der Abstand benachbarter Positionen maximaler Intensität in den Graphen des Schallpegels ist die Größe ΔL in Gleichung (5). Sie wurde aus den Graphen (Anhang) abgelesen und ist in der Tabelle aufgeführt. Nach Gleichung (5) ist ΔL proportional zum Kehrwert der Frequenz f . Das wird

Tabelle Abstand ΔL benachbarter Resonanzstellen in den Schallpegel-Graphen (Anhang), Gleichung (5) des Textes

f/kHz	$\Delta L/\text{m}$
1	0,173 ± 0,003
2	0,0856 ± 0,0010
3	0,0578 ± 0,0010
4	0,0432 ± 0,0008
5	0,0344 ± 0,0007

durch Abbildung 4 bestätigt. Dort sind die Messpunkte ΔL der Tabelle als Funktion von $1/f$ aufgetragen – und liegen sehr gut auf einer durch den Nullpunkt gehenden Gerade. Die bestangepasste Gerade liefert als Steigung $c/2 = 172,61 \pm 0,32$ m/s. Daraus folgt für die Schallgeschwindigkeit

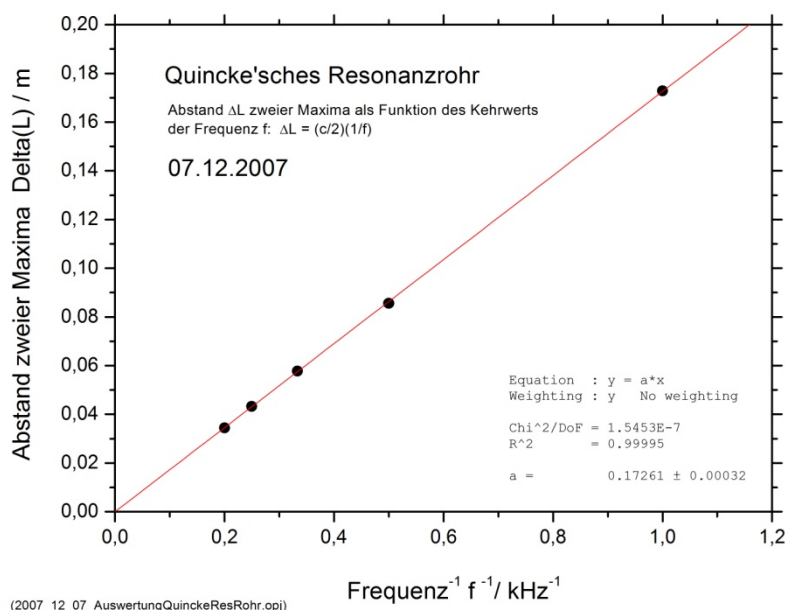


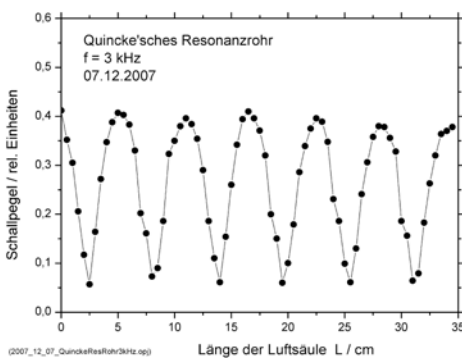
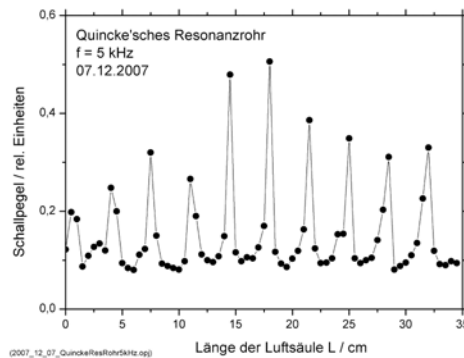
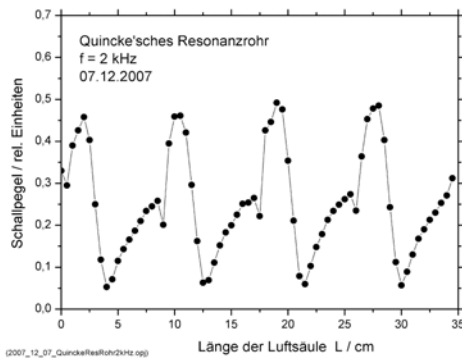
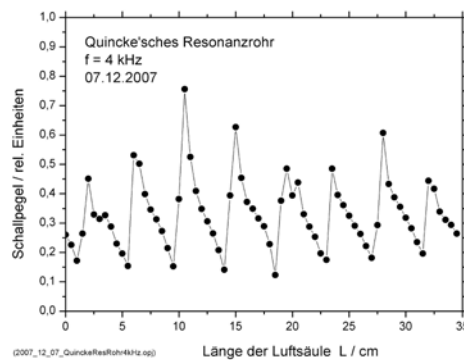
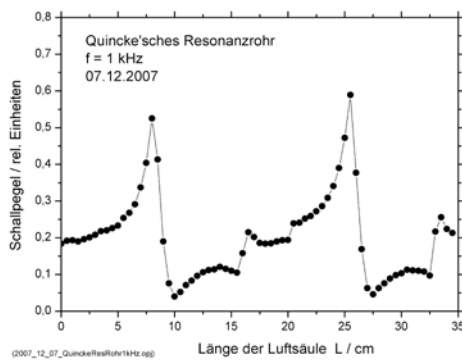
Abbildung 4 Abstand benachbarter Resonanzmaxima ΔL als Funktion des Kehrwerts $1/f$ der Frequenz. Die Steigung der Gerade ist die Hälfte der Schallgeschwindigkeit c , also folgt $c = 345,2 \pm 0,6$ m/s.

$c = 345,2 \pm 0,6$ m/s, wobei der von der Least-Square-Routine berechnete Fehler $\pm 0,6$ m/s sicher zu klein ist. Eine realistische Abschätzung ergäbe vermutlich einen Fehler von etwa $\pm 2\%$. Damit lautet das Endergebnis $c = 345 \pm 7$ m/s.

Anmerkungen

- ¹ mehr über stehende (elastische) Wellen z. B. in: *Gerthsen, Physik*, 21. Auflage (2002), Kapitel 4.4.3 oder *Demtröder, Experimentalphysik 1*, 8. Auflage (2017), Kapitel 11.12
- ² am offenen Ende einer Pfeife können die Gasteilchen erst in einem Abstand vom Ende völlig frei ausschlagen. Das heißt, effektiv ist das Rohr um die sogenannte *Endkorrektur* länger als in Zentimetern gemessen. Diese Korrektur spielt im vorliegenden Experiment keine Rolle, da sie nicht in die Messgröße ΔL eingeht. Endkorrektur: Levine, H. und J. Schwinger: *Phys. Rev.* 73, 383 (1948)

Anhang



Schallpegel (rel. Einheiten) in Abhängigkeit von der Länge der Luftsäule im Quinckeschen Resonanzrohr